Problema del 30.04.03 - Sez. 4 Parte A

Funzione di Trasferimento

$$G(s) := \left(\frac{1}{s+2}\right)\cdot\left(\frac{1}{s^2+2s+2}\right)\cdot e^{-3s}$$

$N := 500$

$k := 0..N$

$Min := -2$ $\quad$ $Max := 2$

$$espo(k) := Min + \frac{k\cdot(Max - Min)}{N}$$

$\omega_k := 10^{espo(k)}$

NB: i denominatori vengono normalizzati

$$K := \frac{1}{4}$$

$$G_1(s) := \left(\frac{1}{\frac{s}{2}+1}\right)$$

$$G_2(s) := \left[\frac{1}{\frac{(s^2)}{2}+s+1}\right]$$

$$G_3(s) := e^{-3s}$$

$$G(s) := K G_1(s)\cdot G_2(s)\cdot G_3(s)$$

$AR1_k := \left|G_1(i\cdot\omega_k)\right|$ $\quad$ $AR2_k := \left|G_2(i\cdot\omega_k)\right|$ $\quad$ $AR3_k := \left|G_3(i\cdot\omega_k)\right|$

$AR_k := K(AR1_k)\cdot(AR2_k)\cdot(AR3_k)$

NB: i seguenti calcoli sono svolti in MathCad come "calcoli simbolici"

$$\left(\tau^2 - \frac{1}{2}\right) \text{solve}, \tau \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}} \\ \frac{-1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \qquad ☞ \qquad \tau := \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(2\cdot\zeta\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) \text{solve}, \zeta \rightarrow \frac{1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}} \qquad ☞ \qquad \zeta := \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Calcolo frequenze d'angolo

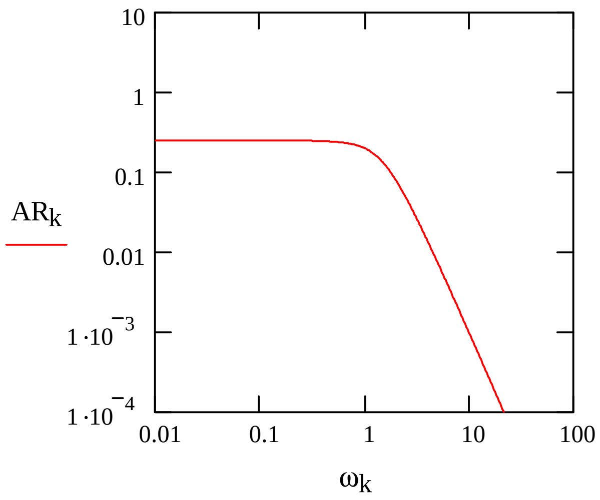
$$\omega_{c1} := \frac{1}{\frac{1}{2}} \qquad \omega_{c1} = 2$$

$$\omega_{c2} := \frac{1}{\tau} \qquad \omega_{c2} = 1.414$$

Frequenza di risonanza

$$\omega_r := \frac{\sqrt{1 - 2\zeta^2}}{\tau} \qquad ☞ \quad \omega_r = 2.107i \times 10^{-8}$$

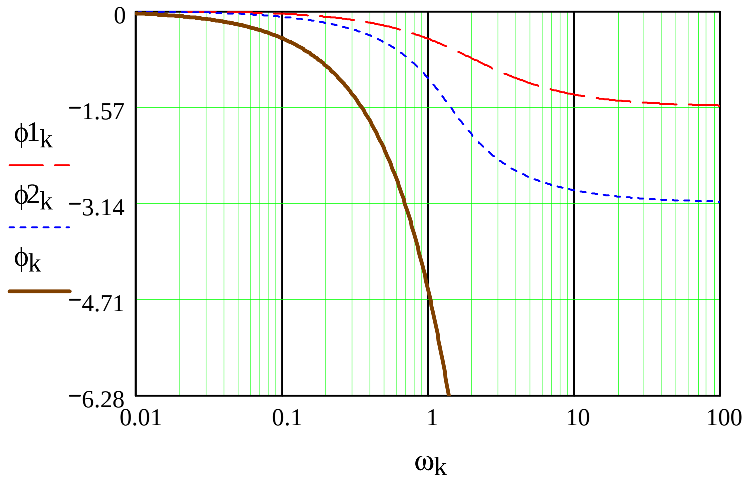
NB: ω_r NON è un numero reale e la RISONANZA NON esiste!
Infatti, per avere RISONANZA G_2 deve essere:
1) sistema *underdamped*
2) $\zeta < 0.707$



NB: angoli espressi in radianti

$\phi 1_k := \arg\left(G_1\left(i \cdot \omega_k\right)\right) \qquad \phi 2_k := \arg\left(G_2\left(i \cdot \omega_k\right)\right) \qquad \phi 3_k := -3\,\omega_k$

$\phi_k := \phi 1_k + \phi 2_k + \phi 3_k$



Applicazione del criterio di stabilità di Bode

Calcolo della frequenza di crossover

$\omega := 1$

$\phi(\omega) := \arg\left(G_1(i \cdot \omega)\right) + \arg\left(G_2(i \cdot \omega)\right) - 3\omega$

Given

$\phi(\omega) = -\pi$

$\omega_{co} := \mathrm{Find}(\omega) \qquad \omega_{co} = 0.691$

Controprova.
NB: angoli espressi in radianti

$\phi\left(\omega_{co}\right) = -3.142$

Calcolo del Margine di Guadagno

$AR(\omega) := K \left|G_1(i \cdot \omega)\right| \cdot \left|G_2(i \cdot \omega)\right| \cdot \left|G_3(i \cdot \omega)\right|$

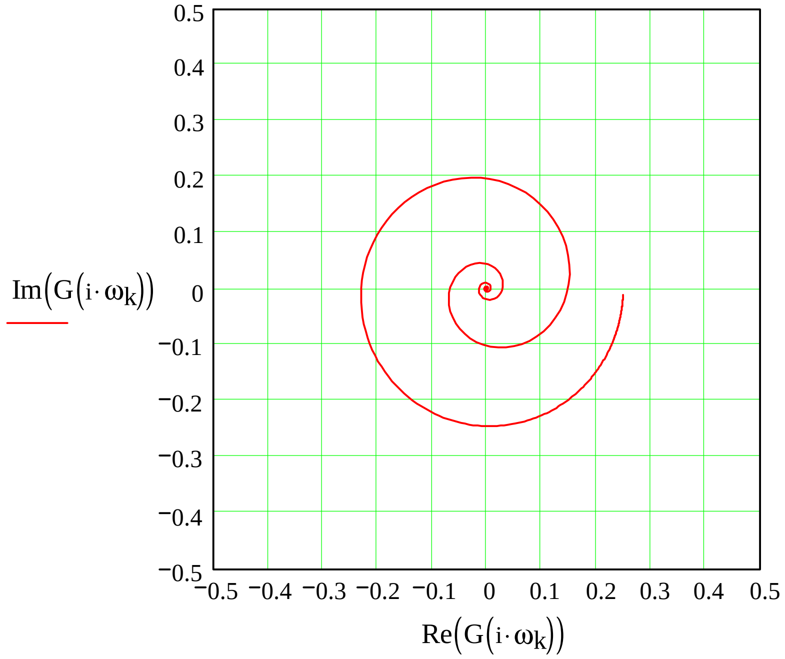
$AR\left(\omega_{co}\right) = 0.23$

$M := \dfrac{1}{AR\left(\omega_{co}\right)} \qquad M = 4.351$

NB: per come è definito, $M = K_{c,lim}$, ossia il max valore che K_c non può sorpassare perché il sistema feedback sia stabile BIBO.

Diagramma di Nyquist

$\omega_k := 10^{espo(k)}$



Criterio di Nyquist: se il diagramma di Nyquist a ciclo aperto di un sistema feedback circonda il punto (-1,0) al variare della frequenza, la risposta del sistema a ciclo chiuso è instabile.

SUGGERIMENTO: provare ad inserire il Klim calcolato con il criterio di Bode e verificare il criterio di Nyquist