Problema modificato del 30.04.03 - Sez. 4 Parte A

Funzione di Trasferimento

$$G(s) := \left(\frac{1}{s+2}\right)\cdot\left(\frac{1}{s^2+2s+1}\right)\cdot e^{-3s}$$

$N := 500$

$k := 0..N$

$Min := -2$ $\quad$ $Max := 2$

$$espo(k) := Min + \frac{k\cdot(Max - Min)}{N}$$

$\omega_k := 10^{espo(k)}$

NB: i denominatori vengono normalizzati

$K := \frac{1}{2}$

$$G_1(s) := \left(\frac{1}{\frac{s}{2}+1}\right)$$

$$G_2(s) := \left(\frac{1}{s^2+2s+1}\right)$$

NB: i seguenti calcoli sono svolti in MathCad come "calcoli simbolici"

$\left(\tau^2 - 1\right)$ solve, $\tau \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ☞ $\tau := 1$

$(2\cdot\zeta\cdot 1 - 2)$ solve, $\zeta \rightarrow 1$ ☞ $\zeta := 1$ NB: sistema *critically damped*

$G_3(s) := e^{-3s}$

$G(s) := K G_1(s)\cdot G_2(s)\cdot G_3(s)$

Calcolo frequenze d'angolo

$\omega_{c1} := \frac{1}{\frac{1}{2}}$ $\quad$ $\omega_{c1} = 2$

$\omega_{c2} := \frac{1}{\tau}$ $\quad$ $\omega_{c2} = 1$

Frequenza di risonanza

$$\omega_r := \frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{\tau} \qquad \omega_r = i$$

NB: in qesto caso la RISONANZA NON esiste!
Infatti, per avere RISONANZA G_2 deve essere:
1) sistema *underdamped*
2) $\zeta < 0.707$

$$AR1_k := \left|G_1(i\cdot\omega_k)\right| \qquad AR2_k := \left|G_2(i\cdot\omega_k)\right| \qquad AR3_k := \left|G_3(i\cdot\omega_k)\right|$$

$$AR_k := K(AR1_k)\cdot(AR2_k)\cdot(AR3_k)$$

Diagramma di AR_{tot}

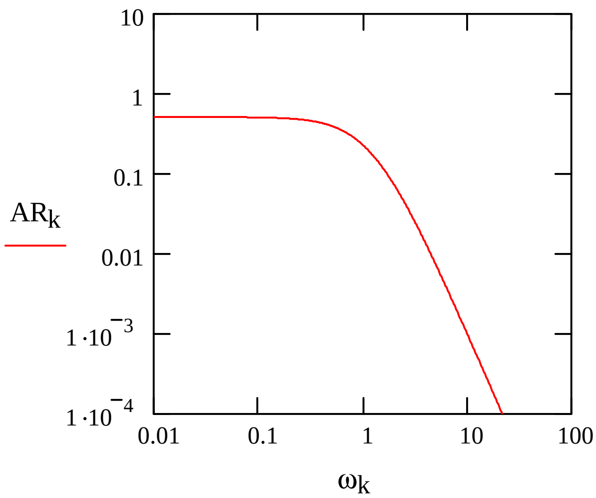
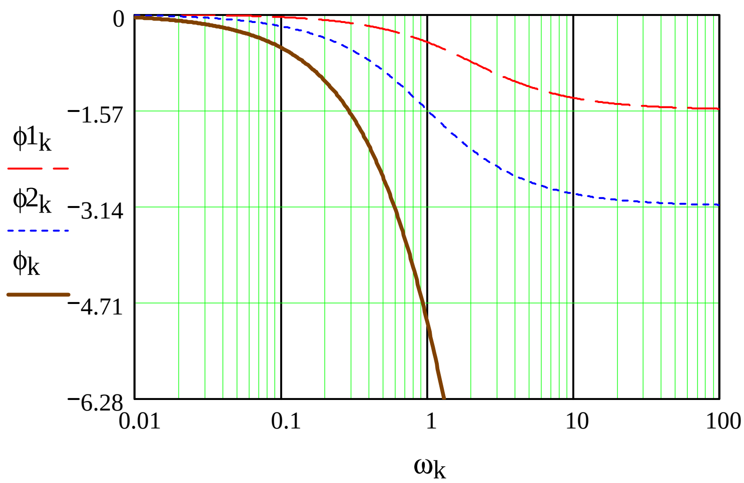


Diagramma della fase ϕ

$$\phi1_k := \arg\left(G_1(i\cdot\omega_k)\right) \qquad \phi2_k := \arg\left(G_2(i\cdot\omega_k)\right) \qquad \phi3_k := -3\,\omega_k$$

NB: angoli espressi in radianti

$$\phi_k := \phi1_k + \phi2_k + \phi3_k$$



Applicazione del criterio di stabilità di Bode

Calcolo della frequenza di crossover

$\omega := 1$

$\phi(\omega) := \arg\left(G_1(i \cdot \omega)\right) + \arg\left(G_2(i \cdot \omega)\right) - 3\omega$

Given

$\phi(\omega) = -\pi$

$\omega_{co} := \mathrm{Find}(\omega)$ $\qquad \omega_{co} = 0.594$

Controprova.
NB: angoli espressi in radianti $\qquad \phi(\omega_{co}) = -3.142$

Calcolo del Margine di Guadagno

$AR(\omega) := K \left|G_1(i \cdot \omega)\right| \cdot \left|G_2(i \cdot \omega)\right| \cdot \left|G_3(i \cdot \omega)\right|$

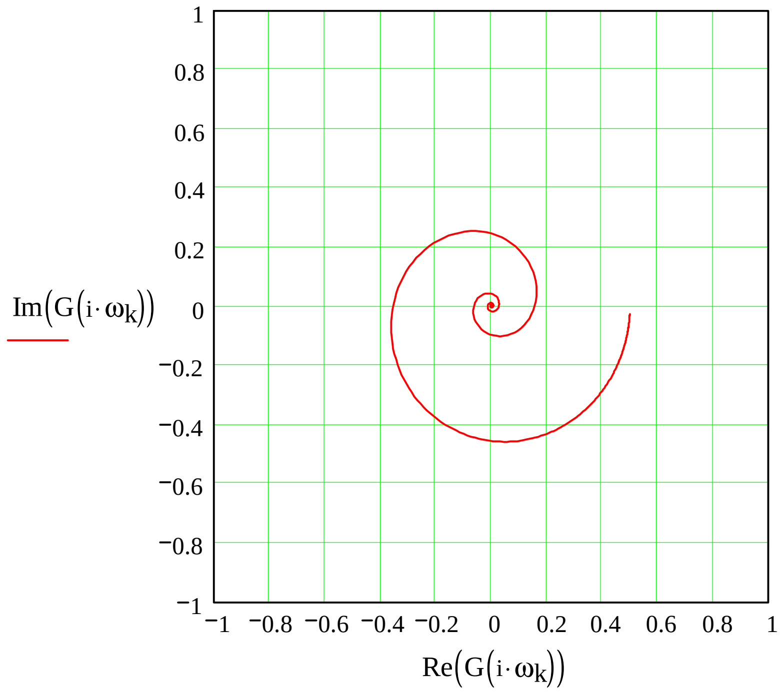
$AR(\omega_{co}) = 0.354$

$M := \dfrac{1}{AR(\omega_{co})}$ $\qquad M = 2.822$

NB: per come è definito, M = $K_{c,lim}$, ossia il max valore che K_c non può sorpassare perché il sistema feedback sia stabile BIBO.

Diagramma di Nyquist

$\omega_k := 10^{espo(k)}$



Criterio di Nyquist: se il diagramma di Nyquist a ciclo aperto di un sistema feedback circonda il punto (-1,0) al variare della frequenza, la risposta del sistema a ciclo chiuso è instabile.

SUGGERIMENTO: provare ad inserire il K_{lim} calcolato con il criterio di Bode e verificare il criterio di Nyquist