Problema del 31.07.03 - Sez. 4 Parte A

Funzione di Trasferimento

$$G(s) := \frac{s+5}{(s+1)\cdot\left(s^2+s+1\right)}$$

NB: la Funzione di Trasferimento viene messa nella forma delle "**costanti di tempo**"

$$K := 5 \qquad G_1(s) := \left(\frac{s}{5}+1\right) \qquad G_2(s) := \left(\frac{1}{s+1}\right) \qquad G_3(s) := \left(\frac{1}{s^2+s+1}\right)$$

NB: i seguenti calcoli sono svolti in MathCad come "calcoli simbolici"

$G_3(s)$

$$\left(\tau^2-1\right) \text{ solve}, \tau \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad ☞ \qquad \tau := 1$$

$$(2\cdot\zeta\cdot\tau-1) \text{ solve}, \zeta \rightarrow \frac{1}{2} \qquad ☞ \qquad \zeta := \frac{1}{2}$$

NB: sottosistema *underdamped*

$$G(s) := K G_1(s)\cdot G_2(s)\cdot G_3(s)$$

Calcolo frequenze d'angolo

$$\omega_{c1} := \frac{1}{\frac{1}{5}} \qquad \omega_{c1} = 5$$

$$\omega_{c2} := \frac{1}{1} \qquad \omega_{c2} = 1$$

$$\omega_{c3} := \frac{1}{\tau} \qquad \omega_{c3} = 1$$

Calcolo Frequenza di risonanza

$$\omega_r := \frac{\sqrt{1-2\zeta^2}}{\tau} \qquad \omega_r = 0.707$$

NB: per avere RISONANZA deve essere:
1) sistema *underdamped*
2) $\zeta < 0.707$

$N := 500$ $\qquad$ $y := 0.001 .. 10$

$k := 0 .. N$

$Min := -2$ $\qquad$ $Max := 3$

$$espo(k) := Min + \frac{k\cdot(Max - Min)}{N}$$

$$\omega_k := 10^{espo(k)}$$

Diagramma di AR_{tot}

$AR1_k := \left|G_1(i\cdot\omega_k)\right|$ $\quad$ $AR2_k := \left|G_2(i\cdot\omega_k)\right|$ $\quad$ $AR3_k := \left|G_3(i\cdot\omega_k)\right|$

$AR_k := K(AR1_k)\cdot(AR2_k)\cdot(AR3_k)$

$AR_{c1} := \left|G(i\cdot\omega_{c1})\right|$

$AR_{c1} = 0.057$

$AR_{c2} := \left|G(i\cdot\omega_{c2})\right|$

$AR_{c2} = 3.606$

$AR_{c3} := \left|G(i\cdot\omega_{c3})\right|$

$AR_{c3} = 3.606$

$AR_r := \left|G(i\cdot\omega_r)\right|$

$AR_r = 4.761$

$AR3_r := \left|G_3(i\cdot\omega_r)\right|$

$AR3_r = 1.155$

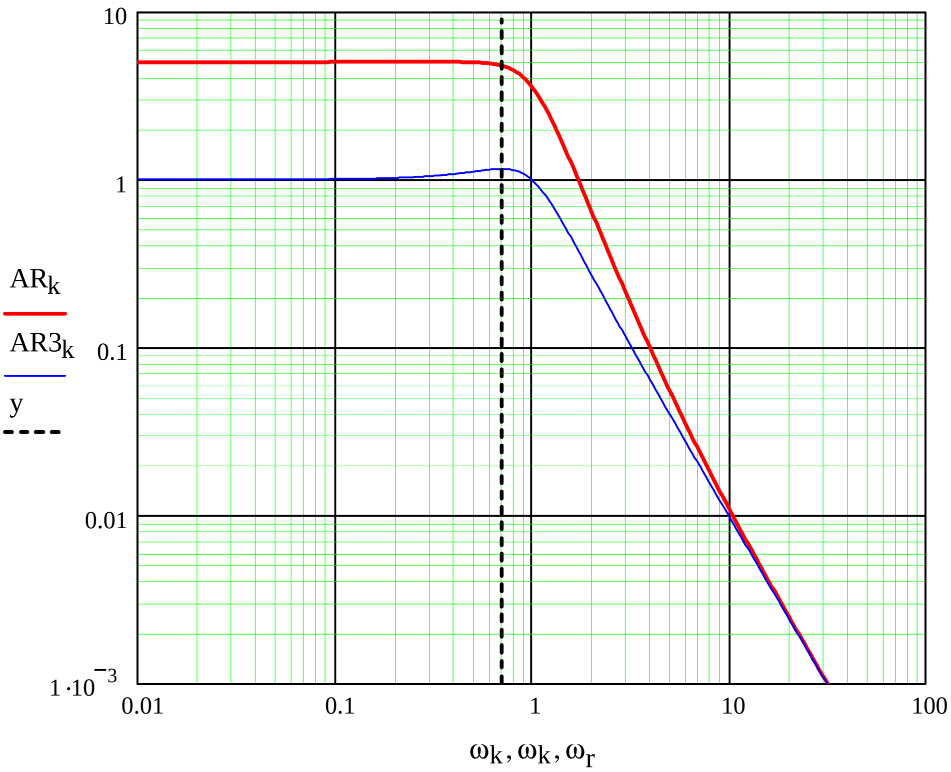
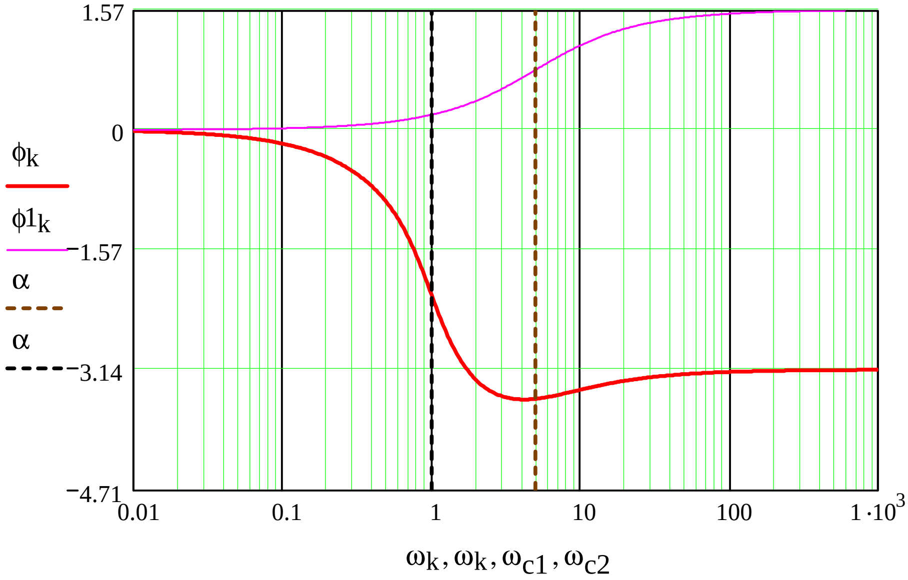


Diagramma della fase ϕ

$\phi1_k := \arg\left(G_1\left(i\cdot\omega_k\right)\right)$ $\quad\phi2_k := \arg\left(G_2\left(i\cdot\omega_k\right)\right)$ $\quad\phi3_k := \arg\left(G_3\left(i\cdot\omega_k\right)\right)$ $\quad\alpha := \frac{-3\pi}{2} .. \pi$

$\phi_k := \phi1_k + \phi2_k + \phi3_k$

NB: angoli espressi in radianti



Calcolo della frequenza di *crossover*

Valore di 1° tentativo: $\omega := 1$

$\phi(\omega) := \arg\left(G_1(i\cdot\omega)\right) + \arg\left(G_2(i\cdot\omega)\right) + \arg\left(G_3(i\cdot\omega)\right)$

Given

$\phi(\omega) = -\pi$

$\omega_{co} := \mathrm{Find}(\omega)$ $\quad\omega_{co} = 1.732$

Controprova.
NB: angoli espressi in radianti $\quad\phi\left(\omega_{co}\right) = -3.142$

Applicazione del criterio di stabilità di Bode

$AR_{co} := K\cdot\left|G_1\left(i\cdot\omega_{co}\right)\right|\cdot\left|G_2\left(i\cdot\omega_{co}\right)\right|\cdot\left|G_3\left(i\cdot\omega_{co}\right)\right|$ $\quad AR_{co} = 1$

Il criterio di stabilità di Bode stabilisce che questo sistema è al **limite di stabilità**

NB:
1. il diagramma di ϕ vs. ω presenta comunque una frequenza di *crossover*
ma
2. il diagramma di ϕ vs. ω non è monotono

Calcolo del Margine di Guadagno

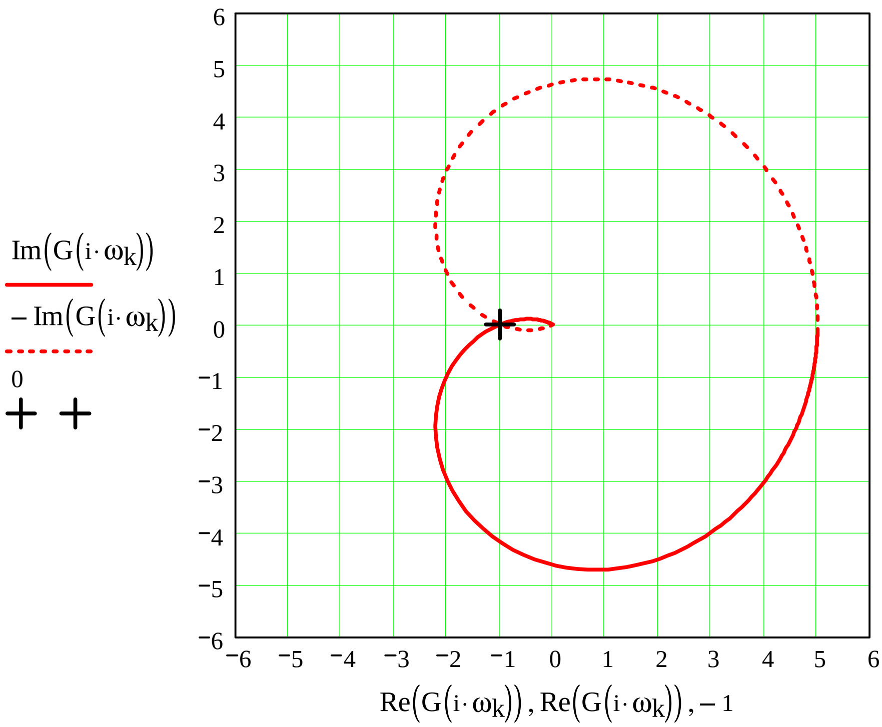
Il **Margine di Guadagno** è ZERO

Per verificare il risultato del criterio di stabilità di Bode,
applichiamo il **criterio di stabilità di Nyquist**

Criterio di Nyquist: se il diagramma di Nyquist a ciclo aperto di un sistema feedback circonda il punto (-1,0) al variare della frequenza da -infinito a + infinito, la risposta del sistema a ciclo chius è instabile.

Diagramma di Nyquist

$\omega_k := 10^{espo(k)}$



Il **diagr. di Nyquist** completo non consente di determinare con chiarezza i giramenti intorno a (-
Proviamo ad ingrandire il diagr. **di Nyquist**

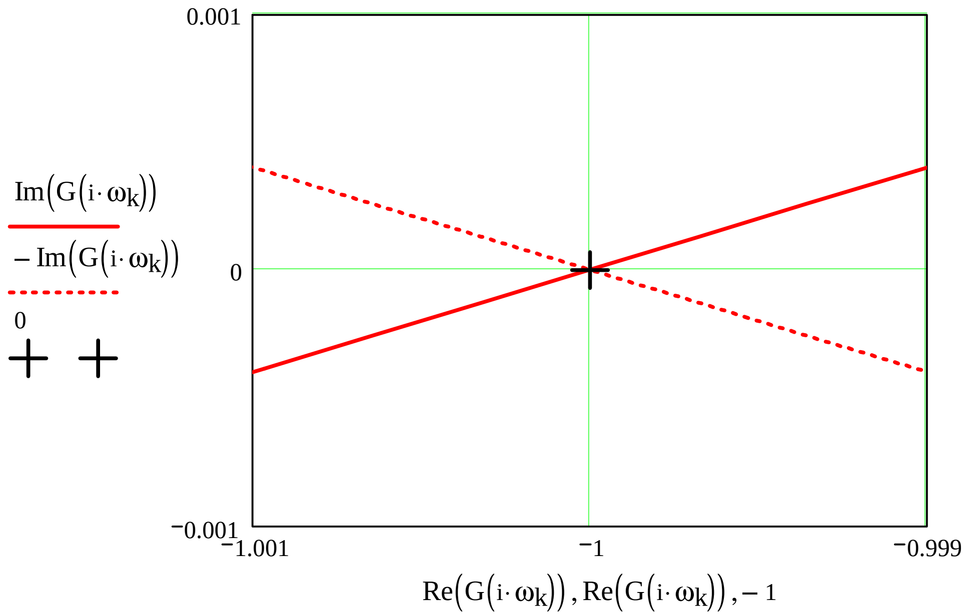
$N := 10$

$k := 0..N$

$\Delta := 10^{-3}$

$Min := \omega_{co} - \Delta \qquad Min = 1.731 \qquad\qquad Max := \omega_{co} + \Delta \qquad Max = 1.733$

$$\omega_k := Min + \frac{k \cdot (Max - Min)}{N}$$



NB: L'ingrandimento del **diagramma di Nyquist** conferma che quest'ultimo passa proprio per il punto (-1,0).
Quindi **non** ci sono **giramenti** ed il sistema è al **limite di stabilità** BIBO!