

## Problema del 26.09.03 - Sez. 4 Parte A

### Funzione di Trasferimento

$$G(s) := \left( \frac{1}{s+2} \right) \left( \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \right) e^{-3s}$$

$$N := 500$$

$$k := 0..N$$

$$\text{Min} := -2 \quad \text{Max} := 2$$

$$\text{espo}(k) := \text{Min} + \frac{k \cdot (\text{Max} - \text{Min})}{N}$$

$$\omega_k := 10^{\text{espo}(k)}$$

NB: i denominatori vengono normalizzati

$$K := \frac{1}{4}$$

$$G_1(s) := \left( \frac{1}{\frac{s}{2} + 1} \right)$$

$$G_2(s) := \left[ \frac{1}{\left( \frac{s}{2} \right) + \frac{3}{2}s + 1} \right]$$

$$G_3(s) := e^{-3s}$$

$$G(s) := K G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s)$$

$$\text{AR1}_k := |G_1(i \cdot \omega_k)| \quad \text{AR2}_k := |G_2(i \cdot \omega_k)| \quad \text{AR3}_k := |G_3(i \cdot \omega_k)|$$

$$\text{AR}_k := K (\text{AR1}_k) \cdot (\text{AR2}_k) \cdot (\text{AR3}_k)$$

NB: i seguenti calcoli sono svolti in MathCad come "calcoli simbolici"

$$\left( \tau^2 - \frac{1}{2} \right) \text{ solve, } \tau \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \\ -\frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad \tau := \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \tau = 0.707$$

$$\left( 2 \cdot \zeta \cdot \tau - \frac{3}{2} \right) \text{ solve, } \zeta \rightarrow \frac{3}{4} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \quad \zeta := \frac{3}{4} \cdot \sqrt{2} \quad \zeta = 1.061$$

**Calcolo frequenze d'angolo**

$$\omega_{c1} := \frac{1}{\frac{1}{2}} \quad \omega_{c1} = 2$$

$$\omega_{c2} := \frac{1}{\tau} \quad \omega_{c2} = 1.414$$

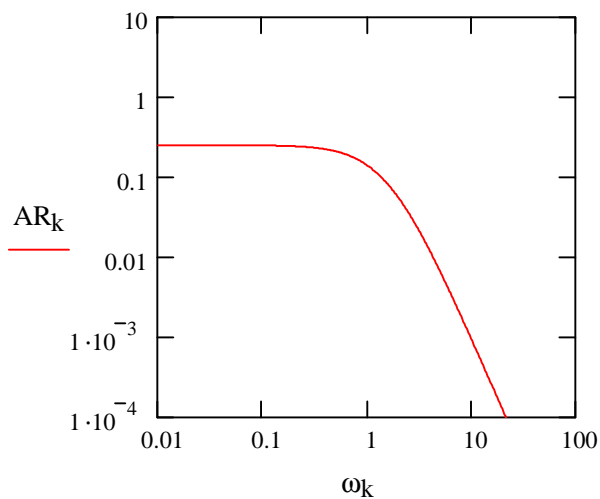
**Frequenza di risonanza**

$$\omega_r := \frac{\sqrt{1 - 2\zeta^2}}{\tau} \quad \omega_r = 1.581i$$

NB:  $\omega_r$  NON è un numero reale e la RISONANZA NON esiste!

Infatti, per avere RISONANZA  $G_2$  deve essere:

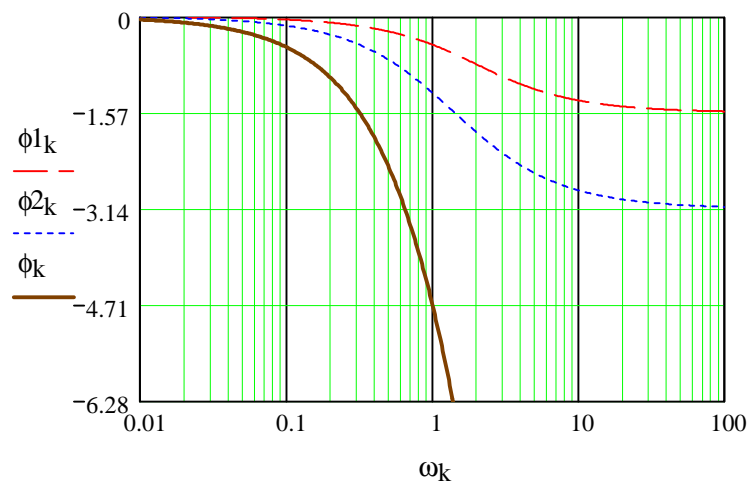
- 1) sistema *underdamped*
- 2)  $\zeta < 0.707$



NB: angoli espressi in radianti

$$\phi_{1k} := \arg(G_1(i \cdot \omega_k)) \quad \phi_{2k} := \arg(G_2(i \cdot \omega_k)) \quad \phi_{3k} := -3 \omega_k$$

$$\phi_k := \phi_{1k} + \phi_{2k} + \phi_{3k}$$



### Applicazione del criterio di stabilità di Bode

Calcolo della frequenza di crossover

$$\omega := 1$$

$$\phi(\omega) := \arg(G_1(i \cdot \omega)) + \arg(G_2(i \cdot \omega)) - 3\omega$$

Given

$$\phi(\omega) = -\pi$$

$$\omega_{CO} := \text{Find}(\omega) \quad \omega_{CO} = 0.647$$

Controprova.

NB: angoli espressi in radianti  $\phi(\omega_{CO}) = -3.142$

Calcolo del Margine di Guadagno

$$AR(\omega) := K |G_1(i \cdot \omega)| \cdot |G_2(i \cdot \omega)| \cdot |G_3(i \cdot \omega)|$$

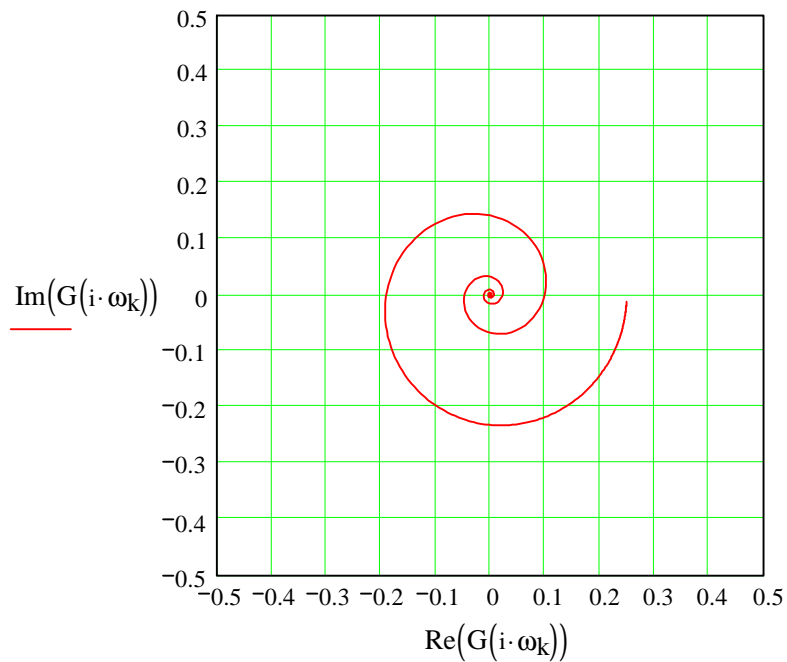
$$AR(\omega_{CO}) = 0.19$$

$$M := \frac{1}{AR(\omega_{CO})} \quad M = 5.263$$

NB: per come è definito,  $M = K_{c,lim}$ , ossia il max valore che  $K_c$  non può sorpassare perché il sistema feedback sia stabile BIBO.

## Diagramma di Nyquist

$$\omega_k := 10^{\text{espo}(k)}$$



**Criterio di Nyquist:** se il diagramma di Nyquist a ciclo aperto di un sistema feedback circonda il punto  $(-1,0)$  al variare della frequenza, la risposta del sistema a ciclo chiuso è instabile.

**SUGGERIMENTO:** provare ad inserire il Klim calcolato con il criterio di Bode e verificare il criterio di Nyquist