

Funzione di trasferimento

$$G_{ol} = K / (s+1)(s+2)(s+3)$$

N numero dei poli

$$N := 3$$

$$n := 1..N$$

Assegnazione dei coefficienti dei polinomi

$$\text{den} := \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Calcolo degli zeri e dei poli

$$\text{polyroots}(\text{den}) = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Poli

$$p_1 := -3$$

$$p_2 := -2$$

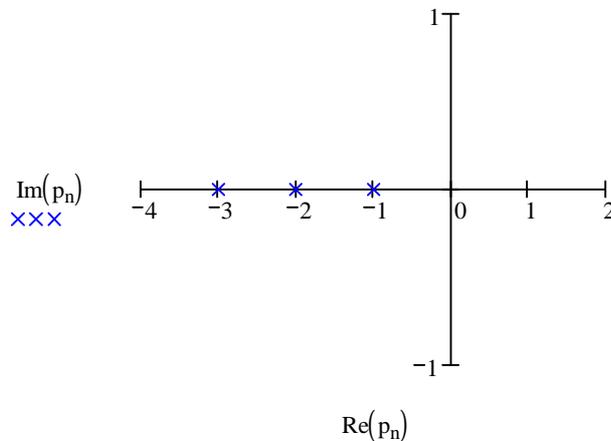
$$p_3 := -1$$

Regola 1) il numero delle traiettorie è pari al numero dei poli, cioè 3.
Non ci sono zeri.

$$p_n = \begin{array}{|c|} \hline -3 \\ \hline -2 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array}$$

Regola 2) In questo caso le traiettorie partono dai poli e non terminano negli zeri. Non esiste nessun polo di molteplicità maggiore di uno.

Regola 3) l'asse reale fa parte del root locus se, preso un punto generico la somma del numero di poli e di zeri che si trovano a destra di tale punto è dispari. Il tratto dell'asse a sinistra di tale punto fa parte della traiettoria finchè non incontriamo un altro polo o zero sull'asse reale. Se vi sono poli o zeri di molteplicità q , essi devono essere conteggiati q volte.



Vi sono due porzioni di root locus sull'asse reale tra -1 e -2 e tra -3 e infin

Regola 4) Ci sono $(n-m)$ traiettorie che, al crescere di K , tendono a valori infiniti asintoticamente. Gli asintoti sono $(n-m)$ e si dipartono dal centro di gravità. Essendo $n-m=3$, vi sono tre asintoti.

Calcolo del centro di gravità

$$\gamma := \frac{\left(\sum_{j=1}^N p_j \right)}{N}$$

$$\gamma = -2$$

Calcolo dell'angolo

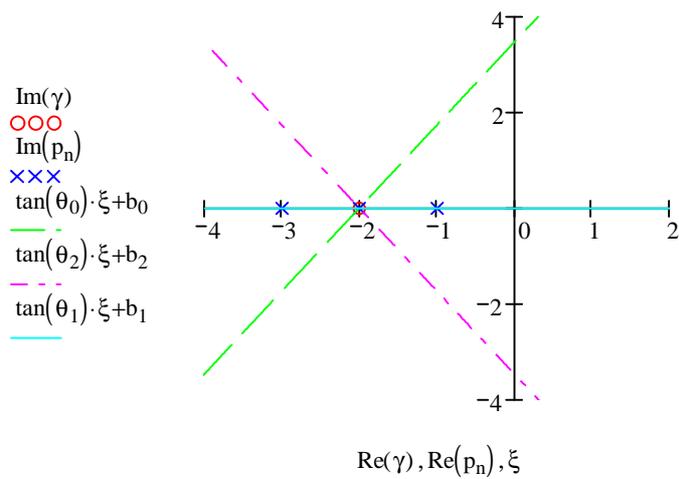
L'asintoto si diparte dal centro di gravità formando un angolo con l'asse re

$$l := 0..N - 1$$

$$\theta_l := \pi \cdot \frac{(2 \cdot l + 1)}{N} \qquad b_l := -\gamma \cdot \tan(\theta_l)$$

$$\theta_l =$$

60	deg
180	
300	



Regola 5) Il Breakaway point è il punto in cui due traiettorie, emergendo da due poli adiacenti (o muovendosi verso due zeri adiacenti) sull'asse reale, si intersecano e poi lasciano (o entrano) l'asse, con angoli di $\pm \pi/2$.

Le traiettorie che emergono da -1 e da -2 si muovono l'una verso l'altra fino a che non si incontrano nel punto di breakaway, per poi allontanarsi con un angolo di $\pm \pi/2$

Calcolo del breakaway point

$$x := -1.2$$

Given

$$0 = \sum_{j=1}^N \frac{1}{x - p_j}$$

$$P := \text{Find}(x)$$

$$P = -1.423$$

Regola 6) Le traiettorie che partono da un polo di molteplicità q sono sfalsate da angoli detti di partenza. Le traiettorie che arrivano ad uno stesso zero di molteplicità v sono sfalsate da angoli detti di arrivo.

In questo esempio non ci sono molteplicità.

Costruzione del root locus attraverso un metodo trial-and-error: applicazione del criterio dell'angolo e dell'ampiezza

Valore di tentativo

$$s := 3.33i \quad j := 0$$

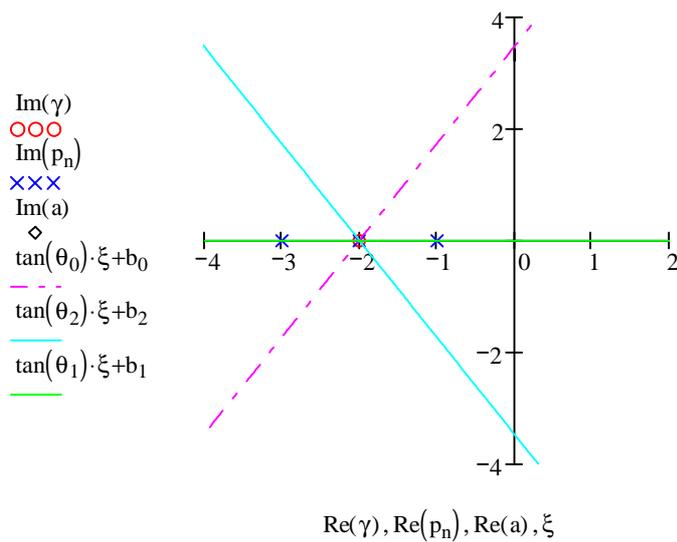
Given

$$\sum_{i=1}^N \arg(s - p_i) = (2j + 1) \cdot \pi$$

a := Find(s)

$$a = 1.689 \times 10^{-3} + 3.32i$$

Variando il valore di tentativo si possono trovare altri punti delle traiettorie



Calcolo del quadaano

k := 6

Given

$$\frac{k}{\prod_{i=1}^N |a - p_i|} = 1$$

k := Find(k)

k = 60.159

vità.

ale

